

2019-2020 учебный год



МАТЕМАТИКА

ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП

8 класс

Максимальное количество баллов за задания:

Задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Сумма
Количество баллов	2	2	2	2	3	3	3	2	4	3	2	4	32

Все оценки должны быть целыми числами, дробные оценки не допускаются!

ОТВЕТЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРОВЕРКИ

1. Обоснованный правильный ответ – 2 балла. Только ответ – 1 балл. Максимально 2 балла

9870 Выберем последовательно наибольшие возможные значения в разрядах тысяч, сотен и десятков, то есть будем искать число вида $987x$. Число 987 делится на 7, значит, и x должно делиться на 7. Так как значение $x = 7$ выбрать нельзя, то $x = 0$

2. Обоснованный правильный ответ – 2 балла. Только ответ – 1 балл. Максимально 2 балла

681077 Заметим, что числа увеличиваются на 3, поэтому $1 + 3k = 2020$, значит, $k = 673$. Следовательно, чисел 674. Разобьем на пары $(1 + 2020) + (4 + 2017) + \dots = 2021 \cdot 337 = 681077$

3. 2 балла за правильный ответ. Максимально 2 балла

255 гусей Количество гусей находим, начиная с конца. На 8 озере сел 1 гусь, на 7 озере – 3 гуся, на 6 озере – 7 гусей и т.д.

4. Обоснованный правильный ответ – 2 балла. Только ответ – 1 балл. Максимально 2 балла

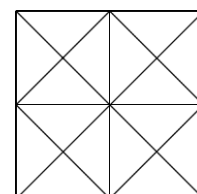
60° Гипотенуза AC в два раза больше, чем катет AB, значит, $\angle C = 30^\circ$. Тогда $\angle A = 60^\circ$

5. Обоснованный правильный ответ – 3 балла. Только ответ – 1 балл. Максимально 3 балла

$x = 6$ Учитывая, что x – целое число, неравенства можно переписать так: $x > 35$, $x < 100$, $x > 6$ и $x > 5$. Если неверно, что $x < 100$, то остальные три неравенства – верны, что противоречит условию. Значит, из трёх неравенств: $x > 5$, $x > 6$ и $x > 35$ – одно верное и два неверных. Так как из третьего неравенства следуют первые два, а из второго – первое, то остаётся один вариант: первое неравенство верно, а два других – нет. Таким образом, $5 < x \leq 6$, то есть $x = 6$.

6. 3 балла за правильный ответ. Максимально 3 балла

Разобьем квадрат на 16 равных треугольников (рис.). Складывая треугольники попарно, получим $16 : 2 = 8$ равных квадратов.



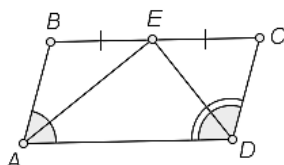
7. Обоснованный правильный ответ – 3 балла. Только ответ – 2 балла. Максимально 3 балла

Кот раньше на 10 минут Очевидно, что пес съел 45% или $9/20$ всей гирлянды, а кот съел 55% или $11/20$ всей гирлянды. Если кот тратит 37 минут на съедание всей гирлянды, то 55% всей гирлянды он съест за $37 \cdot 11/20 = 407/20$ минут.

Аналогично, если пес тратит 23 минуты на съедание всей гирлянды, то 45% всей гирлянды он съест за $23 \cdot 9/20 = 207/20$ минут. Тогда кот потратил на $407/20 - 207/20 = 10$ минут больше. Следовательно, кот начал есть гирлянду раньше на 10 минут.

8. Обоснованный правильный ответ – 2 балла. Только ответ – 1 балл. Максимально 2 балла

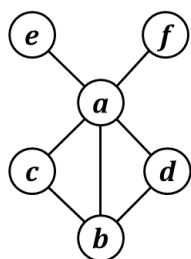
10



$\angle BEA = \angle EAD$, так как, $BC \parallel AD$, тогда $\triangle ABE$ – равнобедренный, значит, $AB = BE$. Следовательно, $AD = BC = 2AB = 10$

9. 4 балла за правильный ответ. Максимально 4 балла

4 способа



Пронумеруем круги (см. рис.). У числа 12 шесть делителей: 1, 2, 3, 4, 6, 12. Из них только 1 взаимно просто со всеми оставшимися пятью делителями. То есть в круге a может стоять только число 1. Число 3 взаимно просто с тремя делителями. То есть в круге b может стоять только число 3. Два делителя 2 и 4 взаимно просты с двумя делителями. То есть в кругах c и d могут стоять числа 2 и 4. Их можно расставить двумя способами. Не зависимо от этого есть два способа заполнения оставшихся кругов делителями 6 и 12, которые взаимно просты только с одним делителем 1. Значит, всего способов заполнения $2 \cdot 2 = 4$.

10. Обоснованный правильный ответ – 3 балла. Только ответ – 1 балл. Максимально 3 балла

10395 способов

Первую пару можно выбрать $C_{12}^2 = \frac{12 \cdot 11}{2} = 66$ способами, вторую – $C_{10}^2 = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45$ и т.д.

Здесь порядок не важен, поэтому общее количество способов $\frac{C_{12}^2 \cdot C_{10}^2 \cdot C_8^2 \cdot C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2}{6!} = \frac{66 \cdot 45 \cdot 28 \cdot 15 \cdot 6 \cdot 1}{3!} = 11 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1 = 10395$.

11. 2 балла за правильный ответ. Максимально 2 балла

2 года и 10 лет

$2020 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 101$. Так как младшему больше одного, а старшему больше 5 (учится в школе). То подходит 2 и 10.

12. Обоснованный правильный ответ – 4 балла. Только ответ – 1 балл. Максимально 4 балла

20

Поскольку a, b, c, d – различные целые числа, то и $5 - a, 5 - b, 5 - c, 5 - d$ различные целые числа. Таким образом, число 4 должно быть представлено в виде произведения четырех различных целых чисел. Это можно сделать единственным способом:

$4 = 2 \cdot (-2) \cdot 1 \cdot (-1)$. Сумма четырех множителей этого произведения равна нулю, следовательно, $(5 - a) + (5 - b) + (5 - c) + (5 - d) = 0$, откуда $a + b + c + d = 20$.